

Study on Capacity Analytical Model for Multi-Channel Wireless Sensor Networks

Mingfei WANG^{1,3}, Linlin CI^{1,2}, Ping ZHAN², Yongjun XU³

¹School of Computer Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

²Beijing Institute of Information Technology, Beijing 100085, China

³Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China

Abstract: An ideal packets pipeline operation scheme was used to set up the path-oriented capacity analytical model in single user multi-channel network. Then, through analyzing the essence of resource competition in multi-channel networks, the resource constraint model of node contention domain was constructed. Furthermore, the network capacity analytical model in multi-user multi-channel network was set up based on mathematical programming. The centralized and distributed computing methods and applications are studied. The model can describe the path capacity, the network capacity, and the contention relation of the flows in multi-hop multi-channel network. The model is simple, and it can direct the network deployment and the design of network protocols.

Keywords: wireless sensor networks, multi-channel, capacity model, pipeline operation, mathematical programming

1 引言

無線感測器網路^[1] (WSN, wireless sensor network) 在突發事件監測、遠端監控、環境感知等許多領域具有重要的科研價值和廣闊的應用前景。多通道無線感測器網路利用互不重疊通道的隔離特性, 支援在多個通道上平行傳輸資料, 從而提高了吞吐量, 減少了網路時延, 並節省了能量。多通道無線感測器網路的容量不僅與無線鏈路的物理速率有關, 還受到許多因素的影響, 如網路拓撲、資料流程的分佈、資料流程的發送速率、通道的數目與分配等。在理論上弄清網路容量與這些因素的關係可以更好地指導網路開發。

目前, 對無線網路容量的研究多是針對單通道網路環境的, 對多通道網路特別是多通道無線感測器網路容量的研究比較匱乏。本文以多通道無線感測器網路的多跳傳輸路徑為研究物件, 利用理想的資料包流水作業調度方案建立單用戶多通道網路的路徑容量分析模型; 基於多通道網路資源競爭的本質, 構建節點競爭域的資源競爭約束模型, 進而利用數學規劃建立多用戶多通道網路的容量分析模型, 並研究模型的集中式和分散式求解方法與應用; 最後利用仿真實驗驗證模型的正確性。

2 相關工作

當前的網路容量分析方法可分為三類。

基於網路的容量分析方法。以 Gupta P 等^[2]為代表, 以網路結構為研究物件, 利用協定模型和物理模型對節點之間的干擾行為建模, 重點研究給定無線網路的整體容量的上/下界。文獻[2]對無線 ad hoc 網路容量進行漸近性分析, 奠定了無線網路容量分析的理論基礎。在其基礎上, 文獻[3]研究了節點的移動特性對網路容量的影響, 文獻[4]研究了將基礎設施加入無線 ad hoc 網路對網路容量的影響, 文獻[5]研究了智慧天線技術對無線網路容量的影響, 文獻[6]研究了多通道多收發器網路容量問題, 文獻[7]綜述了針對無線感測器網路的容量研究成果。這些文獻從宏觀的角度來分析網路容量, 沒有給出精確的運算式, 也沒有考慮底層協定對網路容量的影響。

基於節點的容量分析方法。以 Bianchi G 等^[8]為代表, 以節點為研究物件, 利用二維 Markov 鏈對 MAC 層協定的傳輸狀態進行建模, 可給出節點吞吐量的解析運算式。文獻[8]利用二維 Markov 鏈模型對基於 CSMA/CA 機制的無線網路在飽和通道條件下的吞吐量進行了研究, 通過對指數回退時間建模, 得到了網路的歸一化吞吐量。文獻[9]考慮了指數退避機制, 建立了 CSMA/CA 網路的 Markov 鏈模型。文獻[10]考慮了分組的大重傳次數對 Markov 鏈模型進行了改進。文獻[11]研究了網路中存在隱藏終端問題的多跳

網路的容量。文獻[12]考慮了多跳網路中節點在成功發送 RTS 後仍然可能發送 DATA 失敗的情況，提出了一個四維 Markov 鏈模型。文獻[13]針對非飽和條件下的 IEEE 802.11 DCF 網路，推導得到了吞吐量與網路非飽和程度之間的定量數學運算式。文獻[14]針對無線感測器網路的吞吐量進行理論分析，提出了線性網路吞吐量的計算模型。這些文獻針對協議細節進行研究，獲得的解析運算式複雜，應用場合受很大限制。

基於路徑的容量分析方法。以劉永強等^[15,16]為代表，以源節點到宿節點的多跳傳輸路徑為研究物件，先求得路徑容量的運算式，然後研究路徑容量、網路容量與路徑跳數、網路負載等因素的關係。文獻[15]基於流水排隊策略，提出了無線多跳網路路徑容量分析模型。Kelly 等^[17,18]基於經濟學中的市場交易原理提出了一種基於價格（price）的資源分配方法，給出了有線網路中用優化理論解決資源分配問題的基本框架。文獻[19]在 Kelly 基本框架的基礎上，提出了適合於無線多跳網路的基於團（clique）的資源優化模型，但模型中沒有對干擾範圍和傳輸範圍不等，兩點間傳輸採用多路徑等複雜情況進行深入研究。文獻[16]針對無線 mesh 網路的特點，提出了基於極大鏈路干擾集的約束表示方法，然後在 Kelly 基本框架的基礎上，建立了網路帶寬優化分配模型。這種容量分析方法獲得的模型計算比較簡單，但是這些文獻僅研究了單通道環境下的網路容量，沒有對多通道環境下的網路容量進行分析。在實際應用中，單通道網路受網路部署環境和無線干擾範圍影響較大，並且很難找到合適的多路徑網路拓撲，應用範圍受到限制。而由於通道隔離特性，多通道網路的無線干擾影響較小，更易於實現流水作業的工作方式。因此本文採用基於路徑的容量分析方法來研究多通道無線感測器網路容量問題。

3 容量分析模型的基本思想

3.1 模型的工作環境

不失一般性，對模型的工作環境做如下假設。

- 1) 每個節點配備單個半雙工收發器，收發器可以在多個通道間切換工作，但在某一時刻，收發器只能工作於某一個通道上。
- 2) 多個通信通道之間互相不重疊，即不同通道上的信號互不干擾。
- 3) 通信通道是理想的，即不考慮雜訊干擾、鏈路誤碼的影響。

4) 節點在網路中均勻部署，且在資料包傳輸過程中不發生移動。

5) 資料包僅在源節點產生，路徑上的中間節點不產生資料包，只轉發資料包。

6) 資料包數量遠大於傳輸路徑的長度（跳數）。

7) 網路可利用通道數量充足。

模型中所用符號及說明參見表 1。

表 1. 模型符號
Table 1. Symbols of the model

符號	定義	符號	定義
$E[P]$	載荷平均長度	T	時鐘節拍
N_p	路徑長度（跳數）	N_p, N_{sp}	長、短路徑長度
$spThr$	單路徑吞吐量	$\max spThr$	單路徑容量
$mpeThr$	多路徑長度差為偶數時的吞吐量	$\max mpeThr$	多路徑長度差為偶數時的容量
$mpoThr$	多路徑長度差為奇數時的吞吐量	$\max mpoThr$	多路徑長度差為奇數時的容量

3.2 模型的基本思想

因為可利用通道數量充足，網路可以為每個節點分配一個缺省通道。要建立通信時，發送節點切換到接收節點的缺省通道上與其建立通信。通信雙方節點所採用的通道與其餘節點工作的通道互不重疊，因而，該節點對的通信不會與其餘節點的通信相互干擾，從而提升網路的性能。

首先建立單用戶情況下的多通道網路的路徑容量模型。以端到端的多跳傳輸路徑為研究物件，將資料包由源節點到宿節點的傳輸時間分割成一個個時鐘節拍 T_{suc} ， T_{suc} 為節點間成功發送一個資料包所用的平均時間，然後根據網路拓撲和資料流程設計理想的資料包流水作業調度方案，分析資料包到達的平均週期，從而獲得多通道無線感測器網路路徑容量。

然後建立多用戶情況下的多通道網路容量模型。以多個用戶路徑構成的整個網路為研究物件，基於多通道無線網路資源競爭的本質，利用數學模型構建基於節點競爭域的資源競爭約束關係，然後在 Kelly 資源分配基本框架的基礎上，建立多通道網路容量模型。進一步地，利用網路容量模型來研究如何合理配置網路資源以優化網路性能。

4 單用戶分析模型

4.1 路徑容量分析模型

定理 1 多通道無線多跳網路中，單路徑情況下的路徑容量為

$$Thr_{sp}^{max} = \frac{E[P]}{2 \times T_{suc}}$$

證明 單路徑情況下，採用多通道技術的無線多跳網路理想的資料包流水作業調度方案如圖 1 所示。

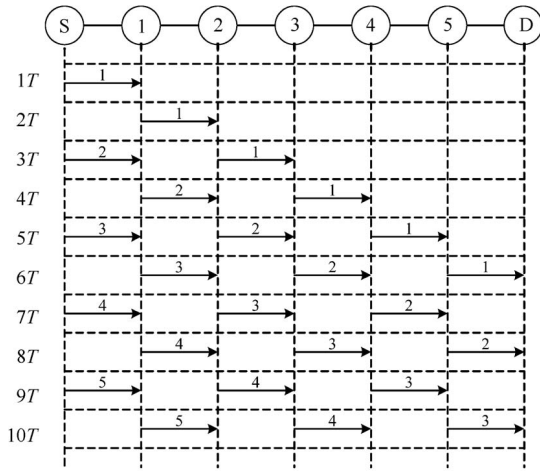


圖 1. 單路徑網路的理想資料包調度方案

Figure 1. Dispatch design for ideal data packets of single-path network

在時間 $1T$ ，源節點 S 切換到節點 1 的缺省通道 CH_1 上向節點 1 發送資料包 Pkt_1 。在時間 $2T$ ，節點 1 流水作業切換到節點 2 的缺省通道 CH_2 上向節點 2 轉發資料包 Pkt_1 。由於節點僅配備單個半雙工收發器，節點 1 不能同時處於發送和接收狀態，源節點 S 也就不能在時間 $2T$ 向節點 1 發送資料包。在時間 $3T$ ，節點 2 流水作業切換到節點 3 的缺省通道 CH_3 上向節點 3 轉發資料包 Pkt_1 。同時，源節點 S 可以在節點 1 的缺省通道 CH_1 上繼續向節點 1 發送資料包 Pkt_2 。由於工作在不同的通道上，兩對通信可以同時進行。依此方法，源節點每隔一個時鐘節拍 T 發送一個資料包，中間節點流水作業從上游節點接收到資料包後，在下一時鐘節拍 T 向下游節點轉發該資料包。

假設源節點 S 每隔一個時鐘節拍 T 發送一個資料包，共向宿節點 D 發送 n 個資料包。理想通道中資料包沒有因雜訊干擾、鏈路誤碼的影響而丟棄，按照理想的資料包流水作業調度方案，宿節點 D 可以每隔一個時鐘節拍 T 接收到一個資料包，從而接收到所有的 n 個資料包。那麼，路徑的大吞吐量為

$$Thr_{sp} = \frac{n \times E[P]}{N_p \times T_{suc} + (n-1) \times 2 \times T_{suc}},$$

又 $n \geq N_p$ ，故路徑容量為 $Thr_{sp}^{max} = \frac{E[P]}{2 \times T_{suc}}$ 。證畢。

4.2 路徑容量分析模型

採用多路徑傳輸技術可以解除路徑上中間節點的半雙工工作方式的制約，進一步增加多通道網路的空間複用度，提高端到端的資料吞吐量。

4.2.1 偶數的分析模型

定理 2 多通道無線多跳網路中，在源節點和宿節點間給定兩條節點不相交路徑，當兩條路徑長度之差為偶數時，端到端的資料的大吞吐量為

$$Thr_{mpe}^{max} = \frac{E[P]}{T_{suc}}$$

並且，再增加兩點間路徑的數目不會增加兩點間的大吞吐量。

證明 首先，證明兩條路徑長度相等的情況。不失一般性，以兩條路徑均為 5 跳的網路為例，理想的流水作業調度方案如圖 2 所示。

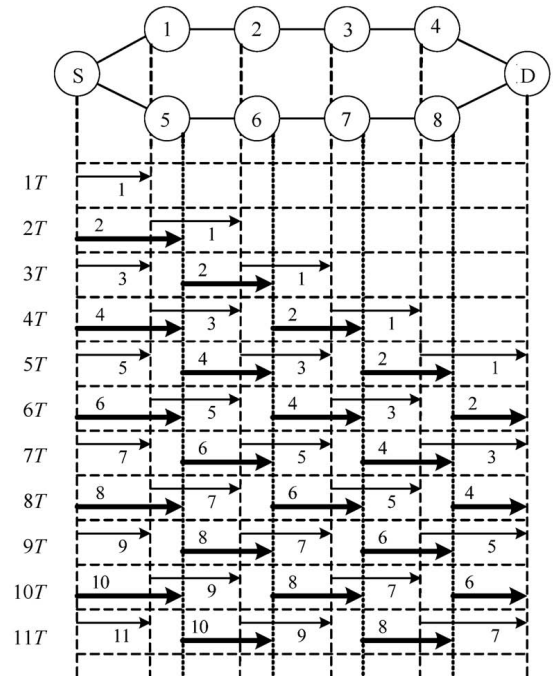


圖 2. 路徑長度相等的多路徑網路理想資料包調度方案

Figure 2. Dispatch design for ideal data packets of multiple-path network with same path length

類似於定理 1 的分析方法，可以得到路徑的吞吐量為

$$Thr_{mpe} = \frac{n \times E[P]}{N_p \times T_{suc} + (n-1) \times T_{suc}}$$

又 $n \geq N_p$ ，故路徑容量為 $Thr_{sp}^{max} = \frac{E[P]}{2 \times T_{suc}}$ 。

同理，可以證明兩條路徑長度之差為 2、4、6... 偶數的情況，結論同上。

將兩條路徑的傳輸抽象為一個管道，源節點 S 和寄存器節點 D 都是在每個時鐘節拍 T 向管道注入資料包，源節點 S 和宿節點 D 均分別達到了最大發送能力和最大接收能力，因此，再增加兩點間路徑的數目不會增加兩點間的最大吞吐量。證畢。

值得指出，源節點 S 發送的資料包經兩條長度不一致的路徑到達宿節點 D 時會出現資料包亂序，資料包亂序並不會影響端到端的資料吞吐量。

從定理 2 可以看出，當兩條路徑長度之差為偶數時，在源節點和宿節點間端到端的資料吞吐量可以達到單跳傳輸時點對點的資料吞吐量，達到理想狀態。然而，當兩條路徑長度之差為奇數時，流水作業不再如此完美。

4.2.2 路徑長度之差為奇數的分析模型

假設兩條路徑長度之差為奇數，兩條路徑上的中間節點分別流水作業轉發資料包，那麼，兩條路徑上的資料包會在同一個時鐘節拍到達宿節點。為避免碰撞，其中一條路徑上的資料包必須延緩發送，增加了資料包的傳輸時延，相應地減少了端到端的吞吐量。本文採用長路徑上節點緩存資料包的策略來分析端到端的吞吐量。當兩條路徑上的資料包同時到達叕後一個中間節點時，長路徑上資料包主動緩存，避讓短路徑上資料包，延緩一個時鐘節拍後再向宿節點發送。

定理 3 通道無線多跳網路中，在源節點和宿節點間給定兩條節點不相交路徑，當兩條路徑長度之差為奇數時，端到端的資料吞吐量可以達到

$$Thr_{mpo}^{max} = \frac{2N_{lp}-1}{2N_{lp}} \times \frac{E[P]}{T_{suc}}$$

證明 假設源節點首先向短路徑發送，採用長路徑上節點緩存資料包的策略，理想的流水作業調度方案如圖 3 所示。

假設兩條路徑長度之差為 m 。源節點由短路徑開始交替向兩條路徑發送資料包。兩跳路徑上的中間節

點分別流水作業轉發資料包。經 N_{lp} 個時鐘節拍後，長路徑上的首個資料包到達叕後一個中間節點，此時，短路徑上的第 $(m+3)/2$ 個資料包也將到達叕後一個中間節點。讓長路徑上資料包主動緩存，延緩一個時鐘節拍後再向宿節點發送，以避讓短路徑上資料包。長路徑上的叕後一個中間節點在 $N_{lp}+1$ 個時鐘節拍緩存資料包，在 $N_{lp}+2$ 個時鐘節拍向宿節點發送資料包。進而，上游節點將延緩一個時鐘節拍向該節點發送資料包。依此類推，在 $N_{lp}+1$ 個時鐘節拍到 $2N_{lp}-1$ 個時鐘節拍，長路徑上的中間節點將依次緩存資料包一個時鐘節拍。然後，源節點空閒一個時鐘節拍，以保證路徑上的資料包依次到達宿節點。這樣，經過 $2N_{lp}$ 個時鐘節拍，即 $2N_{lp}T$ 時間後，多通道網路上的資料包調度過程完成一個週期。

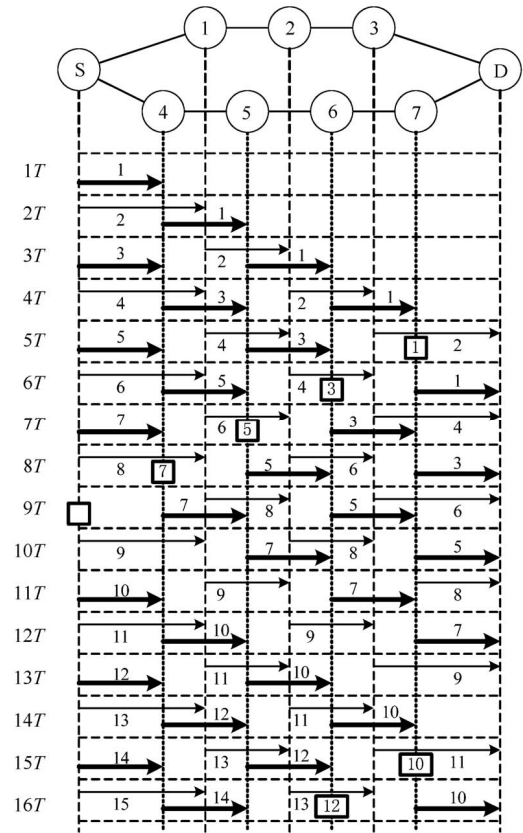


圖 3. 路徑長度差為奇數的多路徑網路理想資料包調度方案
Figure 3. Dispatch design for ideal data packets of multiple-path network with odd-numbered path length difference

將兩條路徑的傳輸 s 抽象為一個管道。在這 $2N_{lp}$ 個時鐘節拍內，源節點有 $2N_{lp}-1$ 個時鐘節拍向管道注入 $2N_{lp}-1$ 個資料包，並有 1 個時鐘節拍空閒以避免資

料包的衝突。按照流水作業調度方案，宿節點也將在路徑延遲後，在 $2N_{lp}$ 個時鐘節拍內從管道中獲取 $2N_{lp}-1$ 個資料包。那麼，端到端的資料吞吐量可以達到

$$Thr_{mpo}^{max} = \frac{2N_{lp}-1}{2N_{lp}} \times \frac{E[P]}{T_{suc}}$$

同理，可以分析源節點首先向長路徑發送資料包的情況。經 N_{lp} 個時鐘節拍後，長路徑上的首個資料包到達的後一個中間節點時，短路徑上的第 $(m+1)/2$ 個資料包也將到達的後一個中間節點。為避免碰撞，採取長路徑上節點緩存資料包的策略。進一步地分析，該情況與源節點首先向短路徑發送資料包的情況一致，結論同上。證畢。

可以利用圖論深入分析路徑長度差為奇數時網路性能下降與資料流程所經路徑構成非偶圖（non-bipartite graph）有關。在非偶圖中，不能將任意一條邊的兩個頂點劃分為兩個不相交的集合。這樣，路徑上的節點不能交替處於收發兩種狀態，因而不能完美實現流水作業，造成網路性能下降。

5 多用戶分析模型

多通道無線感測器網路與單通道環境下的無線網路不同，由於多通道技術的通道隔離性質，制約無線網路性能的因素不再是單通道條件下的無線鏈路干擾問題，而是節點所配備的單收發器的半雙工工作方式。多通道無線網路資源競爭的本質是流經同一節點的輸入輸出資料流程競爭該節點的單個無線收發器資源。本節構建基於節點競爭域的資源競爭約束模型，進而利用數學規劃建立多用戶多通道無線感測器網路的容量分析模型。

5.1 多通道無線網路抽象模型

多通道無線感測器網路可抽象為一個無向圖 $G=(N,L)$ ，其中， N 為網路中節點的集合， L 為網路中通信鏈路的集合。網路的鏈路 l 定義為 $l_{ij}=(N_i, N_j) \in L$ ，即 l 所關聯的兩個節點間存在一條通信鏈路。

定義 1 $D \subseteq \square L$ 且 D 滿足

- 1) $\forall l_{jk}=(N_j, N_k) \in D, (N_i=N_j) \cup (N_i=N_k)$
- 2) $\forall l_{st}=(N_s, N_t) \notin D, (N_i \neq N_s) \cap (N_i \neq N_t)$

則稱 D 為網路 G 中節點 N_i 的節點競爭域 (node contention domain)。

可以看出，節點競爭域 D 是網路 G 中與節點 N_i

相關聯的通信鏈路的集合。設 $D: D \in \square L$ 表示網路中所有節點競爭域的集合。

設網路中一對通信的源宿節點對 $\langle N_s, N_d \rangle$ 表示一個用戶的資料流程，資料流程的方向總是由源節點 N_s 流向宿節點 N_d 。設 F 為網路中所有用戶資料流程的集合，定義向量 $X=(x_f, f \in F)$ ， x_f 為用戶資料流程 f 的端到端吞吐量所占鏈路實際容量的比例因數。定義路徑為由源節點到宿節點的通信鏈路的順序序列。設 R 為網路中所有用戶資料流程的路徑的集合。定義 $0-1$ 矩陣 $A=(a_{fr}, f \in F, r \in R)$ 描述用戶資料流程與路徑之間的關係，如果資料流程 f 使用路徑 r 進行傳輸，則 $a_{fr}=1$ ；否則， $a_{fr}=0$ 。定義向量 $Y=(y_r, r \in R)$ ， y_r 為路徑 r 所傳輸資料的吞吐量所占鏈路實際容量的比例因數。一個用戶的資料流程的端到端吞吐量為平行傳輸的所有路徑的端到端吞吐量之和。因此，用戶資料流程 f 的吞吐量所占鏈路容量的比例因數可表示為

$$x_f = \sum_{r \in R} (a_{fr} \times y_r)$$

用矩陣表示為

$$X = AY \quad (1)$$

5.2 多通道網路資源約束分析模型

基於節點競爭域的網路資源約束分析過程分為三個步驟：首先分析同一個節點競爭域中鏈路之間的競爭約束；然後分析多個用戶資料流程在同一傳輸鏈路上的競爭約束；最後，將兩類約束合二為一，建立基於節點競爭域的資源約束模型。

5.2.1 節點競爭域內鏈路競爭約束分析模型

設節點的實際容量即節點的實際收發速率為 c_n ， $n \in N$ 。假設在無干擾情況下的無線網路資料連結的實際容量為 c_l ， $l \in L$ 。易知，鏈路的實際容量等於節點的實際容量，即 $c_l = c_n$ 。

多通道無線網路中，流經同一節點的輸入輸出資料連結競爭該節點的單個收發器資源。因而，節點競爭域內的所有鏈路的實際吞吐量之和受限制於節點的實際容量。因此，節點競爭域內的鏈路吞吐量約束可表示為

$$\sum_{l \in D} Thr(l) \leq c_n, \sum_{l \in D} Thr(l) \leq c_l$$

將約束條件進行歸一化描述。設 σ_l 為資料連結的帶寬比例因數，即流經鏈路 l 的實際吞吐量占鏈路

實際容量的比例。那麼，節點競爭域內的鏈路吞吐量約束又可表示為

$$\sum_{l \in D} \sigma_l c_l \leq c_l, \text{ 即 } \sum_{l \in D} \sigma_l \leq 1$$

由節點競爭域的定義可知，節點數目為 n 的多通道網路，可以劃分為 n 個節點競爭域。然而，如果網路中某節點的度為 1，即與該節點關聯的鏈路僅有 1 條，不存在競爭問題，則將其從節點競爭域集合中去掉。假設網路可劃分為 k 個節點競爭域，即 $D = \{D1, D2, \dots, Dk\}$ 。定義 0-1 矩陣 $B = (b_{Dl}, D \in D, l \in L)$ 描述節點競爭域與資料連結之間的關係，如果資料連結在節點競爭域內，即 $l \in D$ ，則 $b_{Dl} = 1$ ；否則， $b_{Dl} = 0$ 。定義向量 $\sigma = (\sigma_l, l \in D)$ 為所有資料連結的帶寬比例因數。那麼，節點競爭域內的鏈路吞吐量約束的矩陣表示形式為

$$B\sigma \leq 1 \quad (2)$$

5.2.2 流經同一鏈路的路徑競爭約束分析模型

當網路中的某一鏈路傳輸來自不同路徑的資料包時，不同路徑的資料包在同一鏈路上形成競爭。設 y_{rl} ， $l \in L$ ， $r \in R$ 為路徑 r 所占鏈路 l 實際容量的比例因數，若鏈路 l 上傳輸 m 條路徑的資料流程，則在 l 上的路徑吞吐量約束可歸一化表示為

$$\sum_{i=1}^m y_r^l \leq \sigma_l$$

路徑 r 的端到端吞吐量應等於路徑上的所有鏈路中瓶頸鏈路的吞吐量，即路徑端到端吞吐量所占鏈路實際容量的比例因數 $y_r = \min_{h \in r} \{y_r^h\}$ 。因此， m 條路徑的資料流程在鏈路 l 上的競爭路徑約束為

$$\sum_{i=1}^m y_r \leq \sigma_l$$

定義 0-1 矩陣 $G = (g_{lr}, l \in L, r \in R)$ 描述資料連結與路徑之間的關係，如果資料連結在路徑 r 的鏈路序列中，則 $g_{lr} = 1$ ；否則， $g_{lr} = 0$ 。因此，流經同一鏈路的路徑的吞吐量約束的矩陣形式為

$$GY \leq \sigma \quad (3)$$

5.2.2 競爭約束分析模型的整合

可將式(2)、式(3)整合為如下不等式約束

$$BGY \leq 1$$

令矩陣 $H = BG$ ，則多通道無線多跳網路的競爭約

束條件可用矩陣表示為

$$HY \leq 1 \quad (4)$$

矩陣 H 在多通道無線多跳網路中有其實際的意義。 $H = (h_{Dr}, D \in D, r \in R)$ 表示路徑 r 的鏈路序列中在節點競爭域 D 中的鏈路數目。

綜合式(1)、式(4)，多通道無線多跳網路的資源競爭約束可用矩陣標準型表示為

$$\begin{cases} X - AY = 0 \\ HY - I \leq 0 \end{cases}$$

其中， X 和 Y 為變數矩陣； A 和 H 為參數矩陣。

5.3 多用戶網路容量分析模型的建立

按照 Kelly 資源分配基本框架，以比例公平模型^[17]為基礎，選取效用函數 $U_f(x_f) = \log(x_f)$ 。多通道無線多跳網路容量分析模型可以描述為如下優化問題的求解。

$$\text{最大化 } \sum_{f \in F} \log(x_f)$$

$$\text{約束條件 } \begin{cases} X - AY = 0 \\ HY - I \leq 0 \\ X > 0 \\ Y \geq 0 \end{cases}$$

其中， Y 為多通道網路中路徑帶寬比例因數向量， X 為用戶使用多路徑傳輸的情況，矩陣 H 表示路徑與節點競爭域的關係。可以證明該優化問題在可行域記憶體在惟一的優解。設模型的優解為 $X^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ ，則用戶資料流程 f 的實際帶寬為 $W_f = x_n^* \times c_l$ 。 c_l 可通過公式 $E[P]/T_{suc}$ 求得。

5.4 模型的集中式求解與應用

用戶給定網路拓撲 G 和鏈路帶寬 c_l ，以及用戶資料流程 F 的路由資訊 R 。求解網路容量分析模型可以完成以下功能。

- 1) 為用戶提供該網路的無線資源的約束關係；
- 2) 判斷用戶的帶寬需求向量 $X' = [x_1', x_2', \dots, x_n']$ 在當前網路條件下是否可行；
- 3) 獲得該網路的優資源分配向量 $X^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ 。

5.4.1 求解網路帶寬約束

確定給定網路的約束條件，需要確定參數矩陣 A 和 H 。矩陣 A 可通過用戶輸入的資料流程 F 和資料

流程使用的路由資訊 R 確定。矩陣 H 由 $H=BG$ 求得。 B 由給定網路的節點競爭域 D 確定， G 可由 F 和 R 確定。節點競爭域是與節點相關聯的所有鏈路的集合。給定網路拓撲圖 G ，就可以方便地得到網路的節點競爭域。

5.4.2 求解網路帶寬需求可行性

確定給定網路的約束條件後，判斷用戶的帶寬需求向量 $X'=[x_1', x_2', \dots, x_n']$ 在當前網路條件下是否可行，可轉化為求解下面的優化問題：

$$\begin{aligned} & \text{最大化} \quad \rho \\ & \text{約束條件} \quad \begin{cases} \sigma X' - AY = 0 \\ HY - I \leq 0 \\ Y \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

其中， ρ 表示在當前網路約束和用戶帶寬需求條件下，路徑帶寬比例因數 Y 的可擴展係數。設該優化問題的最優解為 ρ^* ，若 $\rho^* \geq 1$ ，則 X' 向量可行；若 $\rho^* < 1$ ，則 X' 向量不可行。

5.4.3 求解網路最優帶寬分配

採用 Lagrange 乘子法求解優化問題的最優解。該優化問題的 Lagrange 函數為

$$\begin{aligned} L(Z, Y, \lambda, \mu) &= \sum_{f \in F} \log(x_f) - \lambda^T (X - AY) + \mu^T (I - HY) \\ &= \sum_{f \in F} (\log(x_f) - \lambda_f x_f) + (\lambda^T A - \mu^T H) Y + \sum_{i=1}^k \mu_i \\ &= \sum_{f \in F} (\log(x_f) - \lambda_f x_f) + \sum_{r \in R} \left(\lambda_{f(r)} - \sum_{i=1}^k \mu_i h_{ir} \right) y_r + \sum_{i=1}^k \mu_i \end{aligned}$$

設 $X^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$ 為該優化問題的最優解，根據 Kuhn-Tucker 條件，存在 $Y^* = [y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*]^T$ ， $\lambda^* = [\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_n^*]^T$ ， $\mu^* = [\mu_1^*, \mu_2^*, \dots, \mu_n^*]^T$ 滿足如下等式和不等式：

$$\begin{aligned} \nabla_x L(X^*, Y^*, \lambda^*, \mu^*) &= 0; \nabla_Y L(X^*, Y^*, \lambda^*, \mu^*) = 0; \\ X^* &= AY^*; HY^* - I \leq 0; \mu^* \geq 0; \mu^{*T} (HY^* - I) = 0. \end{aligned}$$

求解上述等式和不等式組，即可得到上述優化問題的優解。

5.5 模型的分散式求解與應用

雖然上面的優化問題可以直接求解，但需要知道全部流的資訊，這在實際網路中是不可能實現的。所

以需要將求解演算法轉化成網路可執行的分散式演算法。本小節給出網路容量分析模型的分散式求解方法及其在流量控制和路由優化中的應用。

5.5.1 多通道網路的流量控制

鑒於多路徑傳輸資料流程不會與其他資料流程的路徑相交，從而可以獨立計算，本節假設資料流程採用單路徑傳輸。因此，5.3 節中的容量分析模型可簡化為如下優化問題的求解

$$\begin{aligned} & \text{最大化} \quad \sum_{f \in F} \log(x_f) \\ & \text{約束條件} \quad \begin{cases} HX - I \leq 0 \\ X \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

利用優化理論中的原始—對偶方法進行分析，則其對應的 Lagrange 函數為

$$\begin{aligned} L(X, \lambda) &= \sum_{f \in F} \log(x_f) - \lambda^T (HX - I^{K \times 1}) \\ &= \sum_{f \in F} (\log(x_f) - x_f \sum_{i=1}^K \lambda_i h_{if}) + \sum_{i=1}^K \lambda_i \end{aligned}$$

其中， $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K]$ 為 Lagrange 乘子， h_{if} 為資料流程 f 在節點競爭域 i 中的鏈路數。Lagrange 函數對應的關於變數 λ 的對偶函數為

$$\begin{aligned} D(\lambda) &= \max L(X, \lambda) \\ &= \sum_{f \in F} \log \left(\sum_{i=1}^K \lambda_i h_{if} \right) + \sum_{i=1}^K \lambda_i \triangleq x_f = \frac{1}{\sum_{i=1}^K \lambda_i h_{if}} \\ &\quad \infty \triangleq x_f = 0 \end{aligned}$$

則原始問題對應的對偶問題為： $\min(D(\lambda))$ 。

設對偶問題的最優解為 λ^* ，則原始問題的最優解為 $x_f^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^K \lambda_i^* h_{if}}$ 。其中， $\sum_{i=1}^K \lambda_i^* h_{if}$ 表示資料流程從源

節點到宿節點所經歷的所有節點競爭域的價格之和。 $\lambda_i^* h_{if}$ 表示節點競爭域內的所有鏈路的價格之和。將這種使用總的價格作為回饋信號的網路模型稱為多通道網路的總價 (SumNet) 模型，如圖 4 所示。總價模型可以反映網路一個整體的資訊，可以證明通過這種模型得到的演算法達到比例公平。

在互聯網的擁塞控制體系結構研究中，Wyndrowski B 等^[22]提出了一種大價格 (MaxNet) 模型，如圖 5 所示。這種模型不是回饋給源端所歷經的鏈路的總價格，而是選擇鏈路中的價格均大的那個值。文獻^[22]分析通過選擇適當的效用函數，使用 MaxNet

模型的演算法對於一般的源端有不同需求函數的網路可以達到全局的均大均小公平，而且不需要全局資訊也無需鏈路保存每個流的狀態。

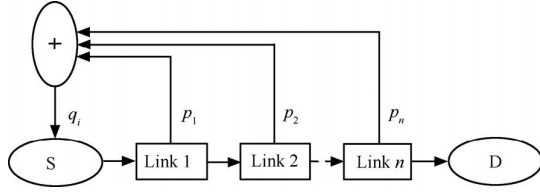


圖 4. SumNet 模型
Figure 4. SumNet model

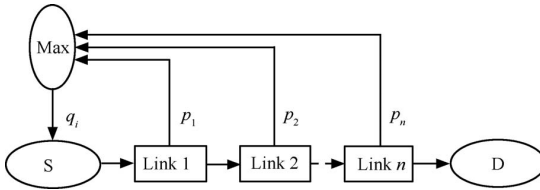


圖 5. MaxNet 模型
Figure 5. MaxNet model

前面分析已知，多通道網路中流的均大傳輸速率受流所經歷的所有節點中瓶頸節點競爭域的限制，只需要使流經瓶頸節點競爭域的流的總速率不要超過實際容量就可以控制擁塞。因此，本文主要考慮網路中的瓶頸節點的競爭域，採用所有節點競爭域中均大的價格作為回饋信號的網路模型，稱為多通道網路的均大價格模型。則資料流程 f 對應的均優解為

$$x_f^* = \frac{1}{\max(\lambda_i^* h_{if}, i=1, 2, \dots, k)}$$

該運算式具有實際意義： h_{if} 為資料流程 f 在節點競爭域中的鏈路數； λ_i^* 為節點競爭域中資料流程的個數； $\lambda_i^* h_{if}$ 表示節點競爭域內的所有鏈路數。

為便於表述，並區別於網路拓撲圖中鏈路數的概念，本文引入“虛擬鏈路數”的概念。

定義 2 虛擬鏈路數 V_i 表示流經節點 i 的所有流在該節點競爭域內的鏈路數之和。

$$V_i = \sum_{f=F_i} (W_f H_{if})$$

其中， W_f 表示流 f 在提供 QoS 帶寬保證的網路中的 QoS 權值。 H_{if} 表示流 f 流經節點 i 的競爭域的鏈路數。那麼，在 MaxNet 模型中，

$$x_f^* = \frac{W_f}{\max(V_i, i=1, 2, \dots, k)}$$

下面建立多通道網路的流量控制演算法。因為節點在某一時刻只能在競爭域內的某一個鏈路上工作，需要設定時間視窗統計一段時間內節點的工作狀態，包括流經節點的流的數目和相應流在節點競爭域的虛擬鏈路數。流的標識資訊捎帶在傳輸的報文中。實現過程如圖 6 所示，多通道無線感測器網路的流量控制演算法如圖 7 所示。

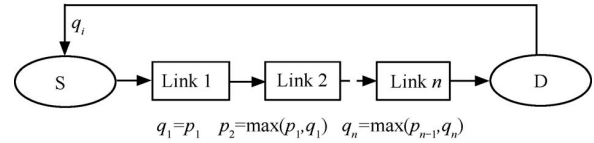


圖 6. MaxNet 模型的實現
Figure 6. Implementation for MaxNet model

(1) 網路端在時間視窗 $t=1, 2, \dots$ ，網路端節點 R 執行以下步驟。

1) 統計所有經過節點 R 競爭域的流的數目 $\lambda(t)$ 以及相應流的鏈路數 $h(t)$ ；

2) 計算節點 R 的新的虛擬鏈路數： $V_R(t+1) = \lambda(t)h(t)$ ；

3) 對於所有經過節點 R 的資料流程，解析資料包，得到資料流程攜帶的虛擬鏈路數 V_f ，將 V_f 與新算出的節點 R 的新的虛擬鏈路數 $V_R(t+1)$ 比較，如果 $V_R(t+1) > V_f$ ，則更新資料包中的 V_f ， $V_f = V_R(t+1)$ ；

4) 若 R 為宿節點，則將虛擬鏈路數 V_f 回饋給流的源節點。

(2) 源端

在時間窗口 $t=1, 2, \dots$ ，源節點 S 執行以下步驟

1) 解析資料包，得到回饋的虛擬鏈路數 V_f ；

2) 計算源節點 S 新的發送速率 $x_f(t+1) = c/V_f$ ；

3) 在下一時刻以 $x_f(t+1)$ 的速率發送資料包，並將 V_f 的值填充在數據包中

(1) 網路端

在時間視窗 $t=1, 2, \dots$ ，網路端節點 R 執行以下步驟。

1) 統計所有經過節點 R 競爭域的流的數目 $\lambda(t)$ 以及相應流的鏈路數 $h(t)$ ；

2) 計算節點 R 的新的虛擬鏈路數： $V_R(t+1) = \lambda(t)h(t)$ ；

3) 對於所有經過節點 R 的資料流程，解析資料包，得到資料流程攜帶的虛擬鏈路數 V_f ，將 V_f 與新算出的節點 R 的新的虛擬鏈路數 $V_R(t+1)$ 比較，如果 $V_R(t+1) > V_f$ ，則更新資料包中的 V_f ， $V_f = V_R(t+1)$ ；

4) 若 R 為宿節點，則將虛擬鏈路數 V_f 回饋給流的源節點。

(2) 源端

在時間窗口 $t=1, 2, \dots$ ，源節點 S 執行以下步驟：

1) 解析資料包，得到回饋的虛擬鏈路數 V_f ；

2) 計算源節點 S 新的發送速率 $x_f(t+1) = c/V_f$ ；

3) 在下一時刻以 $x_f(t+1)$ 的速率發送資料包，並將 V_f 的值填充在數據包中

圖 7. 多通道無線感測器網路的流量控制演算法
Figure 7. Flow control algorithm of multiple-path wireless sensor network

5.5.2 多通道網路的路由優化

在進行路由選擇時應儘量避免將瓶頸節點加入路由，一方面可以避免資料流程的較大傳輸速率受到瓶頸限制，另一方面可以避免影響瓶頸節點已有的通信，加重擁塞。本文將模型中提出的虛擬鏈路數的概念應用到路由優化工作中，將其作為路由選擇時的重要參考依據，從而優化網路的整體性能。

網路中每個節點根據網路運行情況即時維護虛擬鏈路數。用戶在建立路由時，根據節點的虛擬鏈路數可以即時求解選擇該節點為路由節點後的較大傳輸速率，從而根據能否滿足帶寬需求來決定是否將該節點加入路由。一般網路中，在滿足連通性等指標的基礎上，可以儘量選擇虛擬鏈路數小的節點加入路由。如果應用到提供 QoS 保證的網路，可以判斷該節點加入路由後能否滿足帶寬需求。

6 模型驗證與性能分析

本文利用網路仿真軟體 NS-2.31^[20]來驗證模型的正确性。物理層採用 DSSS 機制，MAC 層為在 802.11 和 RDT^[21]協議基礎上添加實現的多通道 MAC 協定，網路層採用靜態配置路由，傳輸層採用 UDP 協定，應用層為 CBR 資料流程。無線感測器網路中的競爭視窗參數 CW 通常設為固定值^[14]，本文實驗取值為 31。由於通道切換時延為某一固定值，並僅跟物理層晶片有關，本文未考慮通道切換時延。通過調整資料包的發送時間間隔來控制流量負載。實驗結果為 10 次實驗的平均值。具體實驗參數值見表 2。

表 2. 仿真實驗參數
Table 2. Simulation experimental parameters

參數名稱	數值	參數名稱	數值
Data payload	500byte	DIFS	50μs
IP header	160bit	SIFS	10μs
MAC header	240bit	Slot Time	20μs
PHY header	192bit	δ	1μs
RTS	368bit	CW	31
CTS	320bit	CS Delay	0
ACK	320bit	Data Rate	1Mbit/s
DTC	368bit	Basic Rate	1Mbit/s

流水作業的時鐘節拍 T_{SUC} 可以由下式給出：

$$T_{SUC} = T_{CS} + DIFS + T_{RTS} + \delta + SIFS + T_{CTS} + \delta + SIFS + T_{DATA} + \delta + SIFS + T_{ACK} + \delta + SIFS + T_{DTC} + \delta + W$$

其中，TCS 為通道切換時延；DIFS 和 SIFS 均為

幀間間隔；RTS、CTS、ACK、DTC^[21]報文所用的時間；TDATA 為傳輸一個完整的資料幀所用的時間，該資料幀包括物理層頭部、鏈路層頭部、網路層頭部和有效載荷；W 為發送資料包所用的平均等待時間（包括發送前的等待和衝突產生的退避）；δ 為無線信號傳播時延。

根據模型和仿真實驗參數，可以計算時鐘節拍 $T_{SUC} = 6.373 \mu s$ ，鏈路實際容量 $c_l = 0.6277 \text{ Mbit/s}$ 。

單用戶網路仿真實驗分別採用類似圖 1~圖 3 的網路拓撲，在路徑長度一定的條件下，調節源節點的發包間隔，使到達宿節點的吞吐量達到較大值。模型計算結果與仿真實驗結果分別如圖 8~圖 10 所示。其中，多路徑網路實驗結果中的兩條路徑的長度用“-”隔開表示。定義誤差 $\epsilon = |V_{\text{理論}} - V_{\text{實測}}| / V_{\text{實測}}$ ，誤差曲線分別如圖 11~13 所示。可以看出，路徑容量分析模型計算得到的理論容量值在不同的路徑數和路徑長度時，都比較準確地反映了實際容量的變化趨勢和上邊界。單路徑網路容量模型的誤差在 3% 以內，多路徑網路容量模型的誤差在 9% 以內。

多路徑網路容量模型的誤差大於單路徑網路容量模型的誤差。單路徑網路的瓶頸節點在路徑上的中間節點，可以利用源節點增加資料包發送速率使路徑上傳輸的資料包盡可能實現流水作業，源節點發送速率過大造成的丟包並不會影響整條路徑的傳輸時間。而多路徑網路的瓶頸節點就是源節點，源節點增加發送速率造成的丟包會浪費路徑的傳輸時間，造成性能下降。

誤差隨路徑長度增加而增加。這是因為路徑越長，資料包能在整條路徑上完整實現流水作業傳輸的概率越小。

多用戶網路仿真實驗採用圖 14 所示的網路拓撲仿真。圖中有兩個用戶資料流程，流 f_1 的源節點為 S_1 ，宿節點為 D_1 ，所採用的路徑為 $r_1 = [(S_1, 1), (1, 2), (2, D_1)]$ ；流 f_2 的源節點為 S_2 ，宿節點為 D_2 ，所採用的路徑為 $r_2 = [(S_2, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, D_2)]$ 。利用模型可以計算得到兩條流的較大發送速率均為 $c_l/4$ ，網路中兩流之和為 $c_l/2$ 。仿真實驗流 f_1 、流 f_2 、兩流之和的較大吞吐量分別為 0.3084 Mbit/s、0.15423 Mbit/s、0.15421 Mbit/s，誤差均約為 1.76%。可見，多用戶網路容量模型也具有較高的準確度。

仿真實驗分析多通道網路中資料流程負載對網路吞吐量的影響關係。單路徑網路、多路徑網路以及多用戶網路的仿真實驗結果分別如圖 17~圖 19 所示。可見，網路的吞吐量開始隨著資料流程負載的增加而增

加，當達到的大值後，單路徑網路的吞吐量保持不變，但可以驗證重負載時資料包時延性能會明顯下降。多路徑網路的吞吐量達到的大值後隨負載的增加而減小。這也說明了流量控制的必要性。

仿真實驗測試多通道網路流量控制演算法的性能。針對多用戶網路分別採用流量控制演算法和不採用流量控制演算法進行仿真實驗，獲得資料包的傳輸時延。限於篇幅，僅給出流 1 的仿真實驗結果分別如圖 15、16 所示，流 2 的仿真實驗結果與流 1 基本相同。可見，採用流量控制演算法的資料包傳輸時延性能明顯優於不採用流量控制演算法的資料包傳輸時延性能。利用網路容量分析模型可以得到用戶的佳的發送速率，從而保證網路整體的性能。

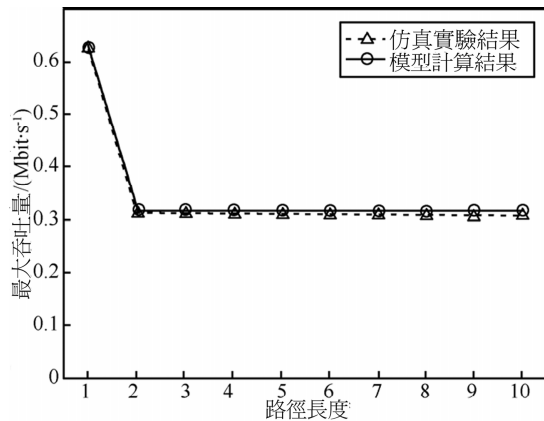


圖 8. 單路徑網路容量模型與實驗結果對比

Figure 8. Comparison of capacity model of single-path network with its experimental results

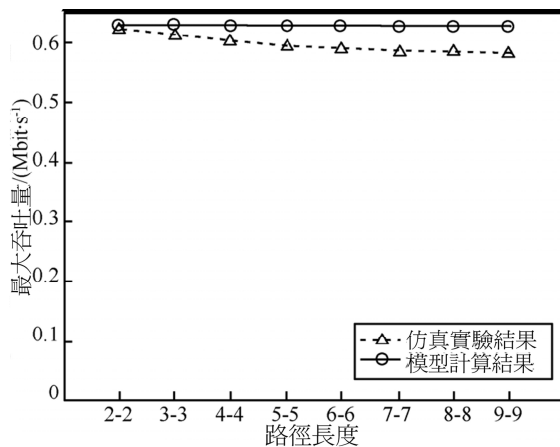


圖 9. 長度差為偶數的多路徑網路模型與實驗結果對比

Figure 9. Comparison of multiple-path network model (with even-numbered length difference) with its experimental results

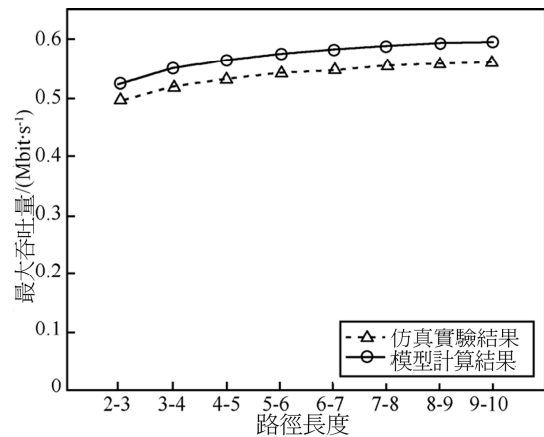


圖 10. 長度差為奇數的多路徑網路模型與實驗結果對比

Figure 10. Comparison of multiple-path network model (with odd-numbered length difference) with its experimental results

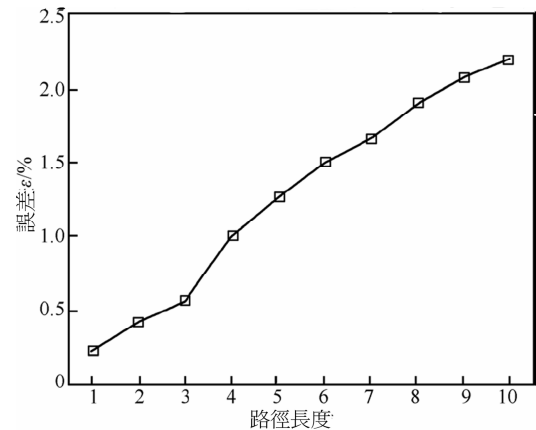


圖 11. 單路徑網路模型的誤差曲線

Figure 11. Error Curve of single-path network model

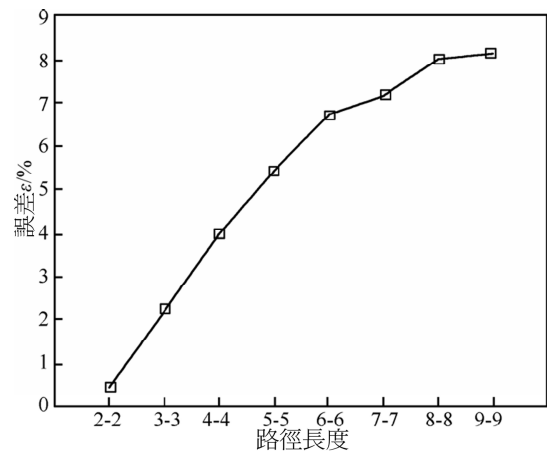


圖 12. 長度差為偶數的多路徑網路模型誤差曲線

Figure 12. Error curve of multiple-path network model with even-numbered length difference

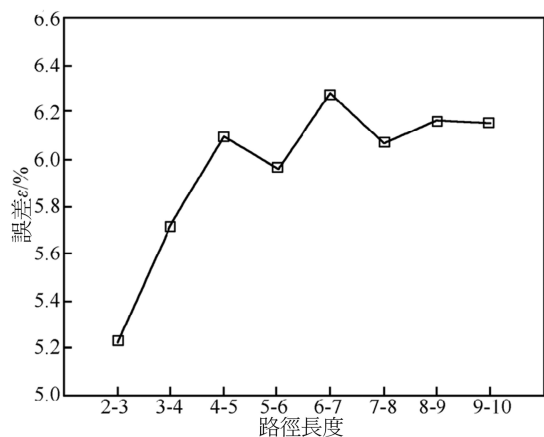


圖 13. 長度差為奇數的多路徑網路模型誤差曲線
Figure 13. Error curve of multiple-path network model with odd-numbered length difference

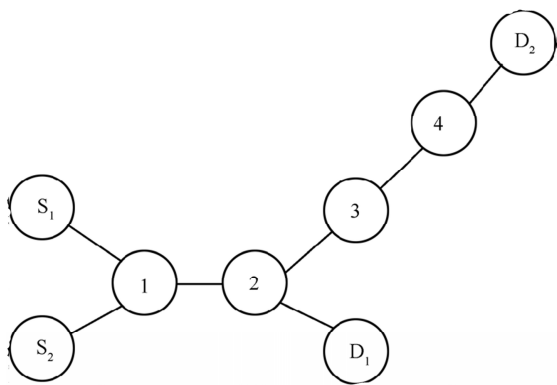


圖 14. 多用戶網路仿真實驗拓撲
Figure 14. Simulation experimental topology of multi-user network

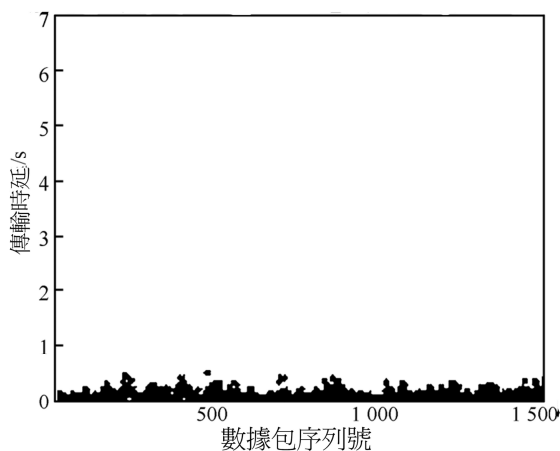


圖 15. 採用流控演算法的包傳輸時延分佈
Figure 15. Time delay distribution of packet transmission with flow control algorithm

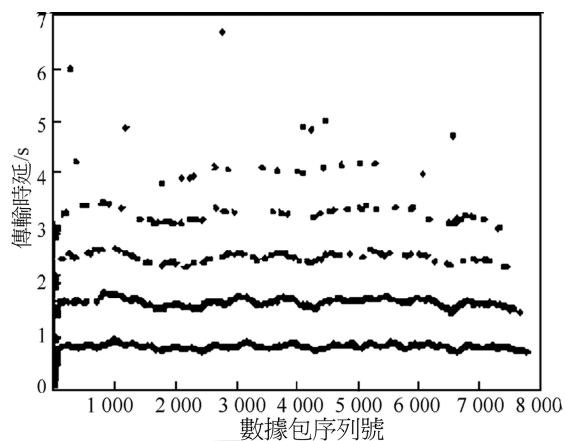


圖 16. 未採用流控演算法的包傳輸時延分佈
Figure 16. Time delay distribution of packet transmission without flow control algorithm

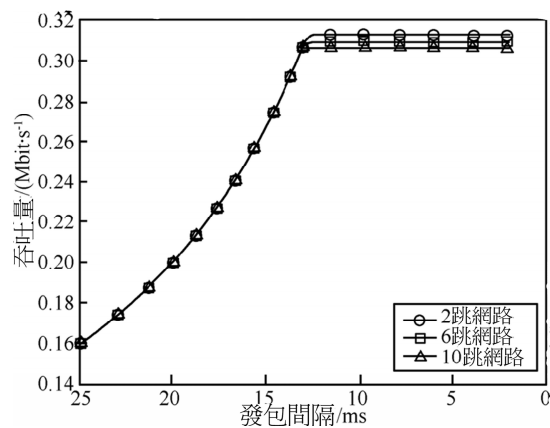


圖 17. 單路徑網路吞吐量與負載的關係
Figure 17. Relation between throughput & load of single-path network

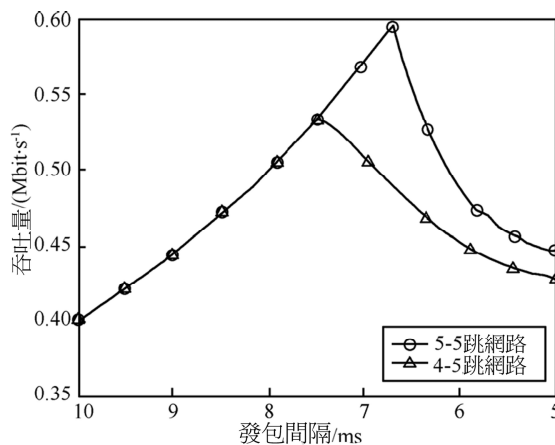


圖 18. 多路徑網路吞吐量與負載的關係
Figure 18. Relation between throughput & load of multiple-path network

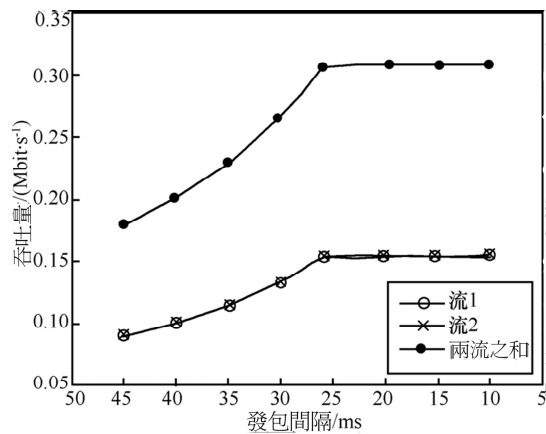


圖 19. 多用戶網路吞吐量與負載的關係

Figure 19. Relation between throughput & load of multi-user network

7 結論

本文構建的容量分析模型可以準確地描述多通道無線感測器網路容量的上邊界，模型計算簡單，對網路部署和協定設計具有一定的指導意義。

本文的假設對模型的實際應用影響較小。假設 1)、2)、3)、6)是在實際網路應用中較容易滿足的；假設 4)中節點的移動只要不離開通信對方節點的傳輸範圍，就不影響網路的性能；假設 5)中路徑上的中間節點也產生資料包的情況可以按照多用戶網路容量模型進行分析。假設 7)中網路通道數量充足只需要滿足在兩跳干擾範圍內的活躍節點使用的通道不重複即可，兩跳干擾範圍外的節點可以複用通道。

REFERENCES

- [1] <http://www.wsn.org.cn/EB/OL>. 2008.
- [2] GUPTA P, KUMAR P. The capacity of wireless networks. *Journal of IEEE Trans on Information Theory*, 2000, 6(2):388-404.
- [3] GROSSGLAUSER M, TSE D N C. Mobility increases the capacity of ad hoc wireless networks. *IEEE/ACM Trans on Networking*, 2002, 10(4): 477-486.
- [4] KOZAT U C, TASSIULAS L. Throughput capacity of random ad hoc networks with infrastructure support. *ACM Annual International Conference on Mobile Computing and Networking (MobiCom'03)*. San Diego, CA, 2003.55-65.
- [5] SU Y, YONG P, SHIVKUMAR K. On the capacity improvement of ad hoc wireless networks using directional antennas. *Proceedings of the 4th ACM International Symposium on Mobile Ad Hoc Networking & Computing (MobiHoc'03)*. Maryland, 2003. 108-116.
- [6] KYASANUR P, VAIDYA N. Capacity of multi-channel wireless networks: Impact of number of channels and interfaces. *Proceedings of the ACM Mobicom*. Cologne, 2005. 43-57.
- [7] LIU Y, WANG Y M, DENG H. The capacity problem of wireless sensor networks. *Computer Sciences*, 2006,33(4):39-41.
- [8] BIANCHI G. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2000,18(3):535-547.
- [9] ZIOUVA E, ANTONAKOPOULOS T. CSMA/CA performance under high traffic conditions: throughput and delay analysis. *Journal of Computer Communications*, 2002,25(3):313-321.
- [10] WU H, PENG Y, LONG K, et al. Performance of reliable transport protocol over IEEE 802.11 wireless LAN: analysis and enhancement. *Proceedings of IEEE INFOCOM*. Nevada, USA, 2002.599-607.
- [11] HOU T C, TSAO L F. Analyzing the throughput of IEEE 802.11 DCF scheme with hidden nodes. *Proc of the IEEE Vehicular Technology Conf*. Florida, 2003. 2870-2874.
- [12] XIAO Y K. Performance Research on the MAC Protocol and TCP in Wireless Ad Hoc Networks. *Tsinghua University*, 2004.
- [13] XU C C, YANG Z K. Non-saturated throughput analysis of IEEE 802.11 ad hoc networks. *IEICE TRANS INF & SYST*, 2006, 89(5): 1676-1678.
- [14] KE X, SUN L M. Throughput analysis in multi-hop wireless sensor networks. *Journal on Communications*, 2007,28(9):78-84.
- [15] LIU Y Q, YAN W, DAI Y F. A path capacity analytical model for wireless networks. *Journal of Software*, 2006,17(4): 854-859.
- [16] LIU Y Q. Research on Bandwidth Analysis Models and Optimization Algorithms Design for Wireless Mesh Network. *Peking University*. 2006.
- [17] KELLY F P. Charging and rate control for elastic traffic. *European Transactions on Telecommunication*, 1997, (8):33-37.
- [18] KELLY F P, MAULLOO A, TAN D. Rate control in communication networks: shadow prices, proportional fairness and stability. *Journal of the Operational Research Society*, 1998(49):237-252.
- [19] XUE Y, LI B, NAHRSTEDT K. Price-based resource allocation in wireless ad hoc networks. *Proceedings of the 11th International Workshop on Quality of Service (IWQoS)*. 2003.19-96.
- [20] [http://www.isi.edu/nsnam/ns/\[EB/OL\]](http://www.isi.edu/nsnam/ns/[EB/OL]). 2006.
- [21] RITESH M, HIMANSHU G, SAMIR R D. Multichannel MAC protocols for wireless networks. *Proceedings of IEEE SECON 2006*. Reston, VA, 2006.393-401.
- [22] WYDROWSKI B, ZAKERMAN M. MaxNet: a congestion control architecture for maxmin fairness. *IEEE Communication Letters*, 2002, 6(12):521-514.